**תורת החישוביות – הרצאה 7**

**מבוא לחלק 2**

נתמקד בבעיות חישוב ניתנות לפתרון ע״פ חלק 1

נשאל: איזה מהנ״ל ניתן לפתור ביעילות (זמן, זיכרון)?

**איך מודדים זמן?**

המושג של זמן ״אמיתי״ הוא לא מתמטי.

זמן מספר צעדי חישוב של מ״ט (ובאופן דומה לכל מודל חישוב אחר)

**הגדרה**

סיבוכיות הזמן של מ״ט היא פונק׳

**הגדרה**

פונק׳ נקראת חסם סיבוכיות עבור מ״ט אם לכל קלט מתקיים

חסם כמו הוא פחות רלוונטי במקרה שלנו כי הוא קטן מדי: במ״ט רק לקריאת את הקלט צריך פעולות.

**מה רוצים מהגדרת ״יעילות״?**

* התאמה למציאות –אלג׳ שאנשים באמת משתמשים בהם במציאות ועובדים טוב יקיימו את ההגדרה, ואלג׳ שלא עובדים בצורה מוצלחת לא יקיימו את ההגדרה
* נוחות מתמטית

**הגדרה**

מ״ט תקרא יעילה (או פולינומית) אם קיים פולינום (עבור קבוע) המהווה חסם סיבוכיות עבור .

**יתרונות ההגדרה**

1. כמעט כל אלג׳ שבשימוש ב״עולם האמיתי״ מקיים את ההגדרה
2. חוסר רגישות למודל החישוב\*: כל מה שפולינומי במודל חישוב אחד הוא פולינומי גם באחרים

מ״ט דו-סרטית מ״ט חד-סרטית

רצה זמן:

1. תכונות סגור. סגירות להרכבה: אם ניתנות לחישוב יעיל אז גם .

הוכחה:

ניתנת לחישוב יעיל קיימת המחשבת אותה בזמן

ניתנת לחישוב יעיל קיימת המחשבת אותה בזמן

נתאר שמחשבת את על קלט :

1. חשב את ע״י
2. חשב ופלוט את ע״י

סיבוכיות:

1. רץ בזמן ופולט כך ש- (לא יודעים להגיד יותר מדי על האורך של y מלבד מספר הצעדים שלוקח למכונה לחשב אותו)
2. רץ בזמן ולכן

סה״כ:

**חסרונות ההגדרה**

1. מול – רק עומד בהגדרה אבל ברור שנעדיף את
2. יש אפליקציות שבהן גדול מדי (לדוג׳ ביג דאטה)
3. ״מקרה רע״ מול ״מקרה טיפוסי״

**הגדרה (מחלקות של בעיות הניתנות לפתרון יעיל)**

הבחנות:

* (מהגדרות)
* מלאה, יתר על כן היא ״חסומה פולינומית״ (עוצרת לכל קלט בזמן פולינומי ולכן עוצרת לכל קלט)

**הגדרה**

פונק׳ נקראת חסומה פולינומית אם קיים פולינום כך שלכל :

כי אם חישבנו את בלכל היותר במספר פולינומי של צעדים, אז בהכרח גודל הפלט חסום ע״י אותו מספר צעדים.

**קשר בין חישוב פונקציות לזיהוי שפות**

נתונה מלאה וחסומה פולינומית.

הגדרנו

הוכחנו: ניתנת לחישוב

היינו רוצים (אבל זה לא יעבוד):

הכיוון לא עובד כי מספר ה-ים שצריך לבדוק יכול להיות עצום, מה שהופך את זמן ריצת המכונה לאקספוננציאלי

**הגדרה**

**משפט**

לכל חסומה פולינומית:

הוכחה:

קיימת מ״ט שמחשבת את בצורה יעילה. נחשב את והפעם במקום לבדוק אם נבדוק אם רישא של

נניח , כלומר קיימת מ״ט עבור שרצה בזמן פולינומי ומזהה את השפה.

נבנה עבור הפונק׳ על קלט (חיפוש בינארי - אלימינציה של הקלטים ביט אחר ביט):

אתחול

איטרציה: לכל בדוק (ע״י ) האם

אם כן: ונתחיל איטרציה חדשה. אם לא, נעבור ל- הבאה.

אם בדקנו את כל האותיות , עצור עם פלט .

דוג׳:

נכונות:

נסמן ב- את הפולינום המובטח מהיות חסומה פולינומית.

נסמן

טענה (הוכחה באינדוקציה): עבור , בתחילתהאיטרציה ה-

מסקנה:באטירציה עוצרים עם פלט

סיבוכיות: איטרציות

בכל איטרציה מפעילים את לכל היותר פעמים והיא רצה

בסה״כ

*הערה:*

***בעיות חיפוש***

***הגדרה***

*אומרים שבעיית הזיהוי של ניתנת לפתרון יעיל אם כשפה .*

*אומרים שבעיית החיפוש של ניתנת לפתרון יעיל אם קיימת מ״ט יעילה כך שלכל :*

*אם קיים כך ש-אז עוצרת ב- עם פלט*

*אחרת עוצרת ב-*

***הגדרה***

*נאמר שיחס חסום פולינומית אם קיים פולינום כך ש-*

הבחנה:

לא ניתן להזיהוי יעיל

חיפוש יעיל עבור הנ״ל: בהינתן , פלוט את .

***הבעיה הפתוחה המרכזית של מדעי המחשב (נוסח 1): האם לכל יחס חסום פולינומית* זיהוי יעיל חיפוש יעיל?**

דוג׳

*אין זמן לכתוב את הפלט...*

*דוג׳ (לא פורמלית)– למה זה חשוב בכלל?*

*בהינתן הוכחה קל לזהות האם היא נכונה, אבל האם לכל טענה מתמטית יש לנו תוכנית יעילה שמוציאה הוכחה לטענה הזו?*

***הגדרה***

*מחלקת השפות היא אוסף כל השפות שקיים עבורן יחס דו-מקומי המקיים את הדברים הבאים:*

* *חסום פולינומית*
* *ניתן לזיהוי יעיל*

*דוג׳*

*פריק – קיים המחלק את .*

*טענה:*

*פולינומי כי קטן מ- ולכן ובפרט חסום פולינומית*

*ידוע שהשפה הנ״ל ב-*